

# 密立根油滴实验报告

廖子文 PB21030837 1419 教室 4 号

2022 年 4 月 3 日

## 实验目的

1. 学习并控制带电油滴在静电场中的运动
2. 测量带电油滴在静电场中的运动
3. 学习元电荷电量的测量统计方法

## 实验器材

密立根油滴仪，包括水平放置的平行极板，调平装置，照明装置，显微镜，电源，计时器，实验油，喷雾器等。

1—油雾室；2—油雾孔开关；3—防风罩；4—上电极板；5—胶木圆环；6—下电极板；7—底座；8—上盖板；9—喷雾；10—油孔雾；11—上电极板压簧；12—上电极电源插孔；13—油滴盒底座

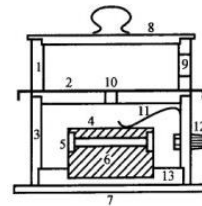


图 1. 密立根油滴仪

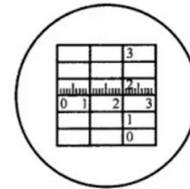


图 2. 油滴实验装置视场中的分刻板

## 实验原理

用油滴法测电子的电荷，可以用动态测量法和平衡测量法，也可以改变油滴的带电量，用动态测量法和平衡测量法测量油滴带电量的改变量。本次实验用平衡测量法测量，通过油滴在平行板间受到重力和电场力的作用，测量油滴匀速下落的时间  $t_f$  和平衡电压  $U$  值，并对已知量带入相应公式求得油滴半径  $r_0$  和带电量  $q$ ，进而求得实验测得的元电荷的平均值  $\bar{q}$ ，并和标准值比较

## 平衡测量法

平衡测量法的出发点是,使油滴在均匀电场中静止在某一位置,或在重力场中作匀速运动。当油滴在电场中平衡时,油滴在两极板间受到电场力  $qE$ 、重力  $m_1g$  和浮力  $m_2g$  达到平衡,从而静止某一位置。即

$$qE = m_1g - m_2g$$

油滴的半径  $r_0 = \left[ \frac{9\eta v_f}{2g(\rho_1 - \rho_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$  油滴在重力场中作匀速运动时,情形同动态测量法,空气粘度的修正  $\eta' = \eta \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}}$ , 电场  $E = \frac{U}{d}$ , 下落速度  $v_f = \frac{s}{t_f}$  油滴带电量  $q$  最终的计算表达式为:

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{3}{2}}$$

其中,油滴密度  $\rho_1 = 981 \text{ kg/m}^3$ , 空气密度  $\rho_2 = 1.293 \text{ kg/m}^3$ , 空气压强  $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 修正常数  $b = 0.00823 \text{ N/m}$ , 粘度  $\eta = 1.32 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 两极板距离  $d = 5 \text{ mm}$ , 油滴下落距离  $s = 2 \text{ mm}$ , 重力加速度  $g = 9.79 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^{-2}$

## 元电荷的测量法

测量油滴上所带电荷的目的,是找出电荷的最小单位。为此可以对不同的油滴,分别测出其带有的电荷值  $q_i$ , 它们应近似为某一最小单位的整数倍。此最小单位,为油滴电荷量的最大公约数,或不同油滴带电量之差的最大公约数,即为元电荷。有

$$q_i = n_{e_i} e \quad (\text{其中 } n_{e_i} \text{ 为一整数})$$

实验中常采用紫外线、射线或放射源等照射油滴,来改变同一油滴所带的电荷。测量油滴上所带电荷的改变值  $\Delta q_i$ , 而  $\Delta q_i$  值也应是元电荷的整数倍

也可用作图法求  $e$  值,由  $q_i = n_{e_i} e$ ,  $e$  为直线方程的斜率,通过拟合曲线,即可求得  $e$  值

## 实验步骤

1. 选择大小适中的带电油滴,(一般直径在 1mm 左右),调节平衡电压  $U$ ,使油滴平衡
2. 在重力场中测油滴下落时间  $t_f$ ,每个油滴重复 8 次,下落距离  $s$  为 2mm
3. 再测量两颗油滴作为对照

## 密立根油滴实验报告

廖子文 PB21030837 1419 教室 4 号 2022 年 3 月 25 日

## 实验数据

第一颗油滴

	下落时间 $t_f/s$	平衡电压 $U/V$	带电量 $q/10^{-19}C$	电子数 $n_e$	误差
1	24.62	187	5.44	3	13.4%
2	24.44	189	5.44	3	13.5%
3	24.82	190	5.29	3	10.2%
4	23.76	181	5.94	4	7.1%
5	24.00	182	5.82	4	9.0%
6	24.16	183	5.72	4	10.5%
7	24.48	184	5.58	3	16.3%
8	24.68	185	5.48	3	14.2%

第二颗油滴

	下落时间 $t_f/s$	平衡电压 $U/V$	带电量 $q/10^{-19}C$	电子数 $n_e$	误差
1	34.02	350	1.750	1	9.30%
2	34.14	353	1.725	1	7.80%
3	34.50	347	1.726	1	7.90%
4	33.82	348	1.776	1	11.0%
5	34.21	349	1.739	1	8.70%
6	34.70	351	1.691	1	5.70%
7	34.31	352	1.717	1	7.30%
8	33.98	354	1.733	1	8.30%

第三颗油滴

	下落时间 $t_f/s$	平衡电压 $U/V$	带电量 $q/10^{-19}C$	电子数 $n_e$	误差
1	28.12	234	3.532	2	10.4%
2	27.96	229	3.641	2	13.8%
3	27.57	231	3.690	2	15.3%
4	27.73	232	3.641	2	13.8%
5	27.80	233	3.611	2	12.9%
6	28.01	235	3.538	2	10.6%
7	28.03	230	3.611	2	12.9%
8	27.92	228	3.666	2	14.5%

## 数据处理与不确定度分析

对第二颗油滴的数据进行分析,  $n = 8, n_e = 1$

平衡电压平均值  $U$  为

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = \frac{350 + 353 + 347 + 348 + 349 + 351 + 352 + 354}{8} = 350.5 \text{ V}$$

标准差为

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{U} - U_i)^2}{n-1}} = 2.29 \text{ V}$$

电压的 A 类不确定度为

$$u_A = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{U} - U_i)^2}{n(n-1)} = \frac{\sigma_U}{\sqrt{8}} \approx 0.810 \text{ V}$$

电压的展伸不确定度为

$$U_{U,0.95} = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (K_p \frac{\Delta B}{C})^2} = \sqrt{(2.37 \times 0.810)^2 + (1.96 \times \frac{1}{3})^2} = 2.02 \text{ V}, P = 0.95$$

油滴下落时间的平均值为

$$\bar{t}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{fi} = \frac{34.02 + 34.14 + 34.50 + 33.82 + 34.21 + 34.70 + 34.31 + 33.98}{8} = 34.21 \text{ s}$$

标准差为

$$\sigma_{t_f} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_f - t_{fi})^2}{n-1}} = 0.27 \text{ s}$$

下落时间  $t_f$  的 A 类不确定度为

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{t}_f - t_{fi})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma_{t_f}}{\sqrt{n}} = \frac{0.27}{\sqrt{8}} = 0.095 \text{ s}$$

展伸不确定度为

$$U_{t_f,0.95} = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (K_p \frac{\Delta B}{C})^2} = \sqrt{(2.37 \times 0.095)^2 + (1.96 \times \frac{0.2}{3})^2} = 0.260 \text{ s}, P = 0.95$$

油滴带电量  $q$  的平均值为

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1.750 + 1.725 + 1.726 + 1.776 + 1.739 + 1.391 + 1.717 + 1.733}{8} \times 10^{-19} \approx 1.732 \times 10^{-19} \text{ C}$$

标准差为

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{q} - q_i)^2}{n-1}} = 0.021 \times 10^{-19} \text{ C}$$

油滴带电量  $q$  的 A 类不确定度为

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{q} - q_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma_q}{\sqrt{n}} = 0.007 \times 10^{-19} \text{ C}$$

# 密立根油滴实验报告

廖子文 PB21030837 1419 教室 4 号 2022 年 3 月 25 日

由公式  $q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{3}{2}}$

取对数微分，得到带电量  $q$  的展伸不确定度为

$$\frac{U_{q,0.95}}{\bar{q}} = \sqrt{1^2 \times \left( \frac{U_{U,0.95}}{\bar{U}} \right)^2 + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \times \left( \frac{U_{t_f,0.95}}{\bar{t}_f} \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{2.02}{350.5} \right)^2 + \left( \frac{3}{2} \times \frac{0.260}{34.21} \right)^2} = 5.8 \times 10^{-3}, P = 0.95$$

$$U_{q,0.95} = 5.8 \times 10^{-3} \times 1.732 \times 10^{-19} = 1.00 \times 10^{-21} \text{ C}, P = 0.95$$

根据置信概率  $P = 0.95$ ，测量结果的最终表达式为

$$q = \bar{q} + U_{q,0.95} = (1.732 \pm 1.00) \times 10^{-19} \text{ C}, P = 0.95$$

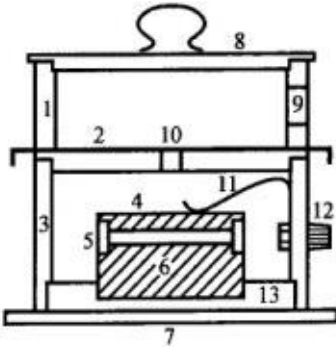
故所测得的元电荷  $e$  为

$$e = \frac{q}{n_e} = \frac{q}{1} = (1.732 \pm 1.00) \times 10^{-19} \text{ C}$$

三颗油滴的电荷量  $q/10^{-19}\text{C}$  分别为：

	第一滴	第二滴	第三滴
带电量	5.590	1.732	3.616

油滴带电量的拟合图像为



## 思考题

### 预习思考题

1. 为什么必须使油滴作匀速运动或静止运动状态?

答: 实验原理要求油滴受力平衡, 即油滴做匀速运动或者处于静止状态

2. 相对于下落的微小油滴而言, 空气能看成理想流体吗? 本实验作了如何修正。

答: 不能考虑到油滴的直径与空气分子的间隙相当, 空气已不能看成连续介质, 其粘度需作相应的修正  $\eta' = \eta \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}}$ , 此处  $p$  为空气压强,  $b$  为修正常数,  $b = 0.00823\text{N/m}$

3. 你能想出其他方法, 测量基本元电荷电量吗?

答: 多次测量多个不同的油滴的带电量, 绘制带电量直方图, 直方图将呈现多个峰值, 峰值的最大公约数即为元电荷的值

### 实验过程思考题

1. 实验室中如何保证油滴在测量范围内作匀速运动?

答: 首先调节电压为零, 喷出油滴后观察仪器的显示器, 寻找一个下落速度适中的油滴, 下落时间介于 20 ~ 30 秒为宜, 后调节平衡电压至 250 ~ 300 V, 使该油滴处于平衡状态, 则油滴符合要求

2. 油滴上电荷量的改变, 主要体现在平衡电压的变化, 还是下落时间的变化?

答: 下落时间, 由公式

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{3}{2}}$$

可见, 下落速度  $t_f$  的 3/2 次方与电荷量  $q$  成反比, 而平衡电压  $U$  的一次方与电荷量成反比

3. 油滴下落时间要求多次测量, 以消除随机误差的影响。而油滴静止状态的平衡电压也需多次测量吗? 仅仅测量平衡电压的上下限, 是否可行?

答: 油滴静止状态的平衡电压  $U$  需要多次测量, 仅测量平衡电压的上下限不可行, 会增大误差

### 实验报告思考题

1. 油滴带电量表达式中, 空气粘滞系数的非理想流体模型的修正量, 其数量级有多大? 对油滴带电量的相对不确定度影响 (贡献) 有多大?

答: 数量级为  $10^{-3}$ 。

若无修正, 则有  $\frac{U_{q,0.95}}{\bar{q}} = 6.83 \times 10^{-3}$ 。

与所得不确定度相差为  $1.03 \times 10^{-3}$

## 密立根油滴实验报告

廖子文 PB21030837 1419 教室 4 号 2022 年 3 月 25 日

---

2. 试计算直径为  $10^{-6}\text{m}$  的油滴在重力场中下落达到力的平衡状态时所经过的距离

答：设油滴达到平衡状态时的速度为  $v_s$ ，由公式  $r_0 = \left[ \frac{9\eta v_f}{2g(\rho_1 - \rho_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$ ，解得

$$v_s \approx 1.1 \times 10^{-4} \text{m/s}$$

油滴的运动方程为

$$(m_1 - m_2)g - Kv = m_1 \frac{dv}{dt}$$

解微分方程得

$$v = -\frac{(m_1 - m_2)g}{K} (1 - e^{-\frac{Kt}{m_1}})$$

解得达到平衡状态的时间为  $t_s = -\frac{m_1}{K} \ln(1 - \frac{Kv_s}{(m_1 - m_2)g})$  则油滴达到平衡状态时经过的距离为

$$s = \int_0^{t_s} v dt \approx 2.16 \times 10^{-9} \text{m}$$