

实验一：单摆法测重力加速度

实验器材

钢卷尺、电子秒表、支架、细线、摆球

实验原理

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g} P \left[1 + \frac{d^2}{20L^2 - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2L} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16}} \right]}$$

式中 T 是单摆周期， L 、 m_0 是单摆摆线的长度和质量， d 、 m 、 ρ 是摆球的直径、质量、密度， ρ_0 、 θ 是空气密度、摆角。一般情况下，摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角 ($\theta < 5^\circ$) 对 T 的修正都小于 10^{-3} 。

由于实验精度要求 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，采用一级近似的单摆周期测量公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 可得 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$

实验步骤

- 1 组装实验仪器
- 2 测量摆长 L
 - (1) 测量悬挂点到摆球上端和下端的距离 L_1 和 L_2
 - (2) 计算摆长 $L = \frac{L_1 + L_2}{2}$
- 3 使摆球偏离平衡位置并使其在竖直平面内摆动，偏离平衡位置的角度 $\theta < 5^\circ$
- 4 小球摆动之后，在小球经过最低点时开始计时
- 5 在小球摆过 $N = 50$ 个周期之后停止计时，得到小球摆动 50 个周期的时间 t ，计算得到小球摆动一个周期所需的时间 $T = \frac{t}{N}$
- 6 重复上述操作 6 次
- 7 调整摆线长度，进行对照实验操作 1~2 次

实验数据

 $L \approx 70.5\text{cm}, N = 50$

组	上端长 L_1/cm	下端长 L_2/cm	摆长 L/cm	总时间 t/s	周期 T/s
1	69.54	71.72	70.63	83.93	1.679
2	69.42	71.58	70.50	84.31	1.686
3	69.53	71.69	70.61	84.31	1.686
4	69.53	71.70	70.62	84.34	1.689
5	69.65	71.80	70.73	84.34	1.689
6	69.60	71.75	70.68	84.25	1.685
平均	69.545	71.707	70.626	84.247	1.685
标准差	0.066	0.062	0.064	0.13	0.00268
7	58.30	60.60	59.45	77.28	1.546

第 7 组为 $L \approx 59.45\text{cm}$ 的对照实验

数据处理与不确定度分析

重力加速度的计算

由 $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$, 有

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{L}}{\bar{T}^2} = \frac{4 \cdot (3.14)^2 \cdot 70.626}{(1.685)^2} \text{m/s}^2 = 9.806 \text{m/s}^2$$

不确定度分析

钢卷尺误差为正态分布, 摆长标准差为 $\sigma_L = 0.064\text{cm}$, 置信系数为 $C = 3$, 置信因子为 $K_p = 1.960, t_{0.95} = 2.57, n = 6$

展伸不确定度为

$$U_{L,0.95} = \sqrt{\left(t_{0.95} \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(K_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.064}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.960 \times \frac{0.2}{3}\right)^2} \text{cm} = 0.147 \text{cm}, P = 0.95$$

秒表误差为正态分布, 周期标准差为 $\sigma_T = 0.00268\text{s}$, 由合成公式得

$$\Delta_T = \frac{1}{50} \sqrt{(\Delta T_{\text{人}})^2 + (\Delta T_{\text{表}})^2} = \frac{1}{50} \sqrt{(0.2)^2 + (0.01)^2} \approx 0.004\text{s}$$

展伸不确定度为

$$U_{T,0.95} = \sqrt{\left(t_{0.95} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(K_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.00268}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.960 \times \frac{0.004}{3}\right)^2} \text{s} = 0.0038\text{s}, P = 0.95$$

重力加速度 g 的展伸不确定度为

$$\frac{U_{g,0.95}}{\bar{g}} = \sqrt{\left(\frac{U_{L,0.95}}{\bar{L}}\right)^2 + \left(2 \frac{U_{T,0.95}}{\bar{T}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.147}{70.626}\right)^2 + \left(2 \times \frac{0.0038}{1.685}\right)^2} = 0.0050, P = 0.95$$

计算得

$$U_{g,0.95} = 0.0050 \cdot \bar{g} = 0.049m/s^2$$

最终结果为

$$g = \bar{g} \pm U_{g,0.95} = (9.806 \pm 0.049)m/s^2$$

思考题

1. 分析基本误差的来源，提出进行改进的方法

误差来源分析：

- (1) 摆绳受到空气阻力和摩擦
- (2) 摆球没有做标准的竖直平面内的单摆运动，而是做幅度较小的圆锥摆运动
- (3) 计时起表停表有一定误差
- (4) 测量摆长时读数有误差

改进方法：

- (1) 使用钢尺移动摆绳至合适角度后待释放，以减少单摆在摆动平面外的偏移
- (2) 适当增加单摆的周期数，减少因计时带来的误差
- (3) 待摆绳静止后再测量绳长

实验二：自由落体法测重力加速度

实验器材

小钢球（大、小），小圆柱，电磁铁，光电门

实验原理

由牛顿运动定律得自由落体公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ，本实验采用双光电门测法，保持上光电门不动，即两个光电门的距离

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= v_0 \Delta t_1 + \frac{1}{2}g\Delta t_1^2 \\ \Delta h_2 &= v_0 \Delta t_2 + \frac{1}{2}g\Delta t_2^2 \\ &\dots \\ \Delta h_n &= v_0 \Delta t_n + \frac{1}{2}g\Delta t_n^2 \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned}\frac{\Delta h_1}{\Delta t_1} &= v_0 + \frac{1}{2}g\Delta t_1 \\ \frac{\Delta h_2}{\Delta t_2} &= v_0 + \frac{1}{2}g\Delta t_2 \\ &\dots \\ \frac{\Delta h_n}{\Delta t_n} &= v_0 + \frac{1}{2}g\Delta t_n\end{aligned}$$

具有线性关系，利用线性拟合即可求出当地重力加速度

实验步骤

- 1 组装实验仪器并调整仪器角度
- 2 调整上光电门到 $h_1 = 20.0\text{cm}$ 刻度处，下光电门到 $h_2 = 75.0\text{cm}$ 刻度处，计算出两个光电门之间的距离 $\Delta h = h_2 - h_1 = 55.0\text{cm}$
- 3 选用较大的小钢球进行测量
 - (1) 按下 RESET 后按下 START 键，从数字仪表读出并记录小球经过光电门 1、2 的时间 t_1, t_2 及经过两个光电门的时间差 Δt
 - (2) 重复操作 3 次
 - (3) 调整下光电门的高度 h_2 为 $60.0\text{cm}, 55.0\text{cm}, 50.0\text{cm}, 40.0\text{cm}, 35.0\text{cm}$ 分别测量 3 组数据
- 4 换用小球作对照，使光电门在 $h_2 = 60.0\text{cm}$ 和 $h_2 = 50.0\text{cm}$ 下分别测量 3 组数据

实验数据

小球 (对照)

组	h_1/cm	h_2/cm	$\Delta h/\text{cm}$	t_1/ms	t_2/ms	$\Delta t/\text{ms}$	$\bar{\Delta t}/\text{ms}$	$\Delta h \cdot (\Delta t)^{-1}/\text{cm} \cdot \text{ms}^{-1}$
1				204.8	351.4	146.6		
2	20.0	60.0	40.0	203.9	350.5	146.6	146.7	0.27266
3				204.7	351.5	146.8		
4				205.2	321.5	116.3		
5	20.0	50.0	30.0	205.2	321.6	116.4	147.4	0.20352
6				204.8	321.8	117.0		

重力加速度的测量实验报告

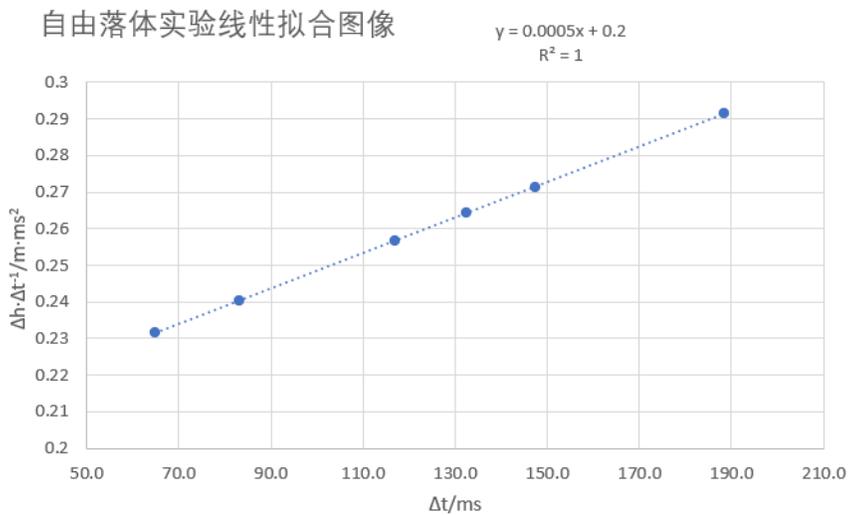
网络空间安全学院 廖子文 PB21030837 小组 6 号 2022 年 3 月 23 日

大球

组	h_1/cm	h_2/cm	$\Delta h/cm$	t_1/ms	t_2/ms	$\Delta t/ms$	$\bar{\Delta t}/ms$	$\Delta h \cdot (\Delta t)^{-1}/cm \cdot ms^{-1}$
1				201.8	390.4	188.6		
2	20.0	75.0	55.0	201.7	390.3	188.6	188.6	0.29162
3				202.2	390.8	188.6		
4				201.9	349.3	147.4		
5	20.0	60.0	40.0	201.8	349.1	147.3	147.4	0.27137
6				201.7	349.2	147.5		
7				202.5	334.9	132.4		
8	20.0	55.5	35.0	201.4	333.8	132.4	132.4	0.26435
9				202.1	334.6	132.5		
10				202.1	319.0	116.9		
11	20.0	50.0	30.0	201.3	318.2	116.9	116.9	0.25663
12				202.2	319.1	116.9		
13				202.3	285.5	83.2		
14	20.0	40.0	20.0	202.0	285.2	83.2	83.2	0.24038
15				201.6	284.9	83.3		
16				201.8	266.6	64.8		
17	20.0	35.0	15.0	201.7	266.5	64.8	64.8	0.23148
18				201.7	266.5	64.8		

数据处理与不确定度分析

大球实验数据的线性拟合图像



由拟合曲线和实验原理中的公式，斜率 $k = \frac{g}{2} = 4.854m/s^2$ ，计算得 $g = 2k = 9.708m/s^2$

误差分析

1. 存在不可忽略的空气阻力，使得测量的重力加速度偏小
2. 光电门不完全与地面平行
3. 小球吸附在电磁铁上晃动，未完全静止就释放小球

思考题

1. 在实际工作中，为什么利用式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 很难精确测量重力加速度？

答：电磁铁有剩磁，小球因此受到一定的阻力

2. 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

答：保持光电门 1 不动，调整光电门 2 的高度，同时注意光电门 1 和光电门 2 的距离不要过小

3. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度的实验方案吗？

答：只使用一个光电门，测量经过光电门的时间 t 和光电门的高度 h ，由 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ，设 x 轴为 t/ms ， y 轴为 $h \cdot t^{-1}/cm \cdot ms^{-1}$ ，线性拟合后得到 g